

**PROGRAMA OLIMPIADEI NAȚIONALE DE MATEMATICĂ**  
**ANUL ȘCOLAR 2006-2007**  
**CLASA a-IX-a**

**În programa de olimpiadă pentru clasa a IX-a sunt incluse conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare și din etapele anterioare .**

**Etapa județeană**

**(municipiul București):**

**ALGEBRĂ**

1. Elemente de logică și teoria mulțimilor
2. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale
3. Funcții . Lecturi grafice
4. Funcția de gradul întâi
5. Funcția de gradul al doilea

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :***

- Ecuații în numere întregi :  $ax + by = c$  ;  $x^2 + y^2 = z^2$  , ecuația lui Pell.
- Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi
- Algoritmul lui Euclid
- Indicatorul lui Euler
- Congruențe modulo  $n$
- Teoremele : Euler, Fermat, Wilson, Cebîșev, Dirichlet
- Mulțimi . Funcția caracteristică de mulțime.Principiul includerii și excluderii
- Inegalitatea mediilor. Inegalitatea lui Cauchy-Buniakovski. Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebîșev.
- Funcții injective, surjective, bijective.
- Recurențe liniare de ordinul I și II , recurențe omografice.

**Etapa națională:**

**Toată materia**

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :***

- Mulțimi numărabile și nenumărabile ( $N, Z, Q$  sunt numărabile și  $R$  este nenumărabilă).
- Densitatea în  $R$  a mulțimilor  $Q$  și  $R - Q$  . Teorema de densitate a lui Kronecker.

**Etapa județeană**

**(municipiul București):**

**GEOMETRIE și TRIGONOMETRIE**

1. Vectori în plan
2. Coliniaritate, concurență, paralelism- calcul vectorial în geometria plană
3. Elemente de trigonometrie

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :***

- Teoreme de geometrie clasică . Teorema lui Stewart. Teorema lui Van-Aubel. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson, etc.
- Puncte și linii importante
- Teoreme de concurență și coliniaritate
- Relații metrice

**Etapa națională:**

**Toată materia**

**Notă**

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

## **CLASA a-X-a**

**În programa de olimpiadă pentru clasa a X-a sunt incluse conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare și din etapele anterioare .**

**Etapa județeană**

**(municipiul București):**

### **ALGEBRĂ**

- 1. Mulțimi de numere**
- 2. Funcții și ecuații**
- 3. Metode de numărare**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :**

- Convexitate în sensul lui Jensen

**Etapa națională:**

### **4. Polinoame**

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :***

- C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. și algoritmul lui Euclid pentru polinoame
- Rădăcini multiple, polinomul lui Taylor, derivata formală a unui polinom, condiții necesare și suficiente pentru ca o rădăcină să fie multiplă
- Teorema fundamentală a algebrei
- Polinoame de interpolare
- Polinoame ireductibile, numere algebrice, polinom minimal
- Polinoame simetrice, teorema fundamentală a polinoamelor simetrice, sumele lui Newton.

**Etapa județeană**

**(municipiul București):**

### **GEOMETRIE**

#### **1. Toată materia**

**Etapa națională:**

#### **2. Elemente de geometrie în spațiu: Geometria tetraedrului Poliedre**

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :***

- Produs vectorial și produs mixt. Aplicații în geometrie.
- Locuri geometrice clasice. Pol și polară la cerc. Mulțimi convexe, înfășurătoarea convexă. Teorema lui Helly.

### **Notă**

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

## CLASA a-XI-a

În programa de olimpiadă pentru clasa a XI-a sunt incluse conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare și din etapele anterioare .

### Etapa județeană

(municipiul București):

#### ALGEBRĂ ȘI GEOMETRIE

Elemente de algebră liniară și geometrie analitică  
(până la rezolvarea sistemelor liniare – exclusiv)

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :**

- Descompunerea unei permutări în produs de cicli disjuncți, respectiv transpoziții
- Determinantul de ordin  $n$
- Formula lui Binet-Cauchy
- Regula lui Laplace de dezvoltare a unui determinant
- Teorema Hamilton-Cayley
- Rangul unei matrice din  $M_{n,m}(\mathbb{C})$ .
- Rangul produsului și sumei a două matrice
- Inegalitatea lui Sylvester asupra rangului produsului a două matrice

### Etapa națională:

Toată materia

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :**

- Polinom caracteristic, valori proprii
- Sisteme liniare de  $m$  ecuații cu  $n$  necunoscute

### Etapa județeană

(municipiul București):

#### ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Mulțimea numerelor reale
2. Șiruri de numere reale
3. Limite de funcții
4. Funcții continue

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :**

- Mulțimi deschise, închise, compacte, densitate în  $\mathbb{R}$ , lema intervalelor închise
- Numărabilitate, numărabilitatea lui  $\mathbb{Q}$ , nenumărabilitatea lui  $\mathbb{R}$
- Puncte limită pentru șiruri.
- Limita superioară și limita inferioară la șiruri.
- Oscilația unei funcții pe o mulțime, discontinuități de prima și a doua speță.
- Continuitate uniformă
- Funcții cu proprietatea valorii intermediare (proprietatea lui Darboux).

### Etapa națională:

Toată materia

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :**

- Teorema lui Darboux, teorema lui Jarnik referitoare la proprietatea lui Darboux a raportului a două funcții derivate
- Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange
- Dezvoltări în serie

### Notă

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

## CLASA a XII-a

**În programa de olimpiadă pentru clasa a XII-a sunt incluse conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare și din etapele anterioare .**

### **Etapa județeană**

**(municipiul București):**

#### **ALGEBRĂ**

**Elemente de algebră (până la Corpuri - inclusiv)**

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :***

- Mulțimi factor. Legi de compoziție pe mulțimi factor.
- Grupuri finite. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy.
- Produs direct de structuri.
- Morfisme de structuri (semigrup, monoizi, etc)
- Grupuri finit generate
- Grupul permutărilor, cicluri, descompunerea în produs de cicluri disjuncte
- Subgrupuri clasice (centrul unui grup, centralizatorul unei mulțimi, nucleul și imaginea unui morfism) .
- Transportul de structură
- Elemente nilpotente și elemente idempotente
- Caracteristica unui inel
- Orice corp finit este comutativ
- Orice subgrup finit al grupului unităților unui domeniu de integritate este ciclic
- Corpuri algebric închise, închiderea algebrică , corpul de descompunere al unui polinom

### **Etapa națională:**

**Toată materia**

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :***

- Dependență și independență liniară , sisteme de generatori
- Subspații vectoriale
- Orice spațiu vectorial are bază
- Dimensiunea unui spațiu vectorial (subspațiu vectorial)
- Nucleul și imaginea unei aplicații liniare, relații între dimensiunile lor
- Rangul unei matrice ca dimensiune a imaginii aplicației liniare atașate
- Spațiu vectorial infinit dimensional , teorema de completare la o bază

### **Etapa județeană**

**(municipiul București):**

#### **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

**Elemente de analiză matematică (până la Centre de greutate - inclusiv)**

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :***

- Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate
- Mulțimi neglijabile Lebesgue. Criteriul lui Lebesgue

### **Etapa națională:**

**Toată materia**

#### **Notă**

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

#### **NOTĂ**

- ***Temele propuse vor cuprinde atât conținuturile obligatorii pentru toți elevii, cât și conținuturile suplimentare .***
- ***Calendarul olimpiadei este următorul:***
  - ***Etapa locală (sector) se organizează de către fiecare inspectorat școlar județean (mun. București) în perioada 27 ianuarie 2007.***
  - ***Etapa județeană (mun. București): 3 sau 10 martie 2007***
  - ***Etapa națională (finală): 10-14 aprilie 2007, Pitesti***

Director general  
al Direcției Generale pentru  
Învățământul Preuniversitar

Director S.N.E.E

Presedintele Comisiei Centrale  
a Olimpiadei Naționale de  
Matematică

**Liliana Preoteasa**

**Cristian Mirescu**

**Radu Gologan**